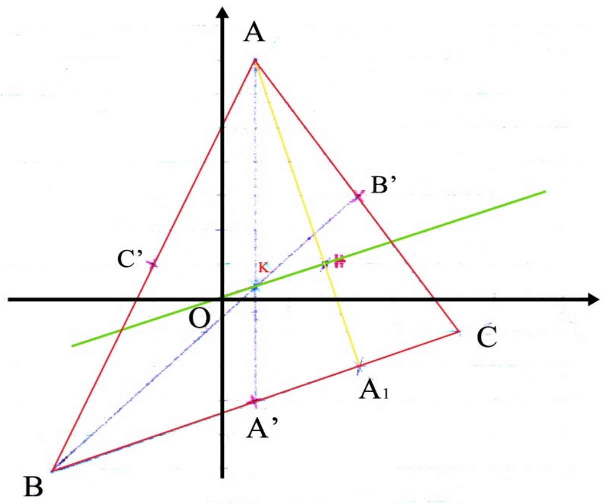
Exercice 1 :



1) a) A' est le milieu de $[BC]$ donc $x_{A'} = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{-5+7}{2} = 1$ et $y_{A'} = \frac{y_B + y_C}{2} = -3$

donc $A'(1 ; -3)$.

De m̂ on a : $B'(4 ; 3)$ et $C'(-2 ; 1)$

b) (AA') est une droite verticale et $A(1 ; 7)$ et $A'(1 ; -3)$ donc $x = 1$

Equat° de (BB') : $a = \frac{y_{B'} - y_B}{x_{B'} - x_B} = \frac{3+5}{4+5} = \frac{8}{9}$ donc on a $y = \frac{8}{9}x + b$

Reste à trouver b : $B' \in (BB')$ donc $3 = \frac{8}{9} \times 4 + b$ et $b = \frac{27}{9} - \frac{32}{9} = -\frac{5}{9}$

Soit $y = \frac{8}{9}x - \frac{5}{9}$.

c) Trouver le point d'intersection des droites (AA') et (BB') revient à résoudre les 2 équat° $x = 1$ et $y = \frac{8}{9}x - \frac{5}{9}$. Il suffit donc de remplacer x par 1 dans la $2^{ième}$ soit $y = \frac{8}{9} \times 1 - \frac{5}{9} = \frac{8}{9} - \frac{5}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ donc $K \in (AA')$ et à (BB').

d) $\vec{CK}\begin{pmatrix} x_K - x_C \\ y_K - y_C \end{pmatrix} = \vec{CK}\begin{pmatrix} 1-7 \\ \frac{1}{3}+1 \end{pmatrix} = \vec{CK}\begin{pmatrix} -6 \\ \frac{4}{3} \end{pmatrix}$ et $\vec{CC'}\begin{pmatrix} -2-7 \\ 1+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ 2 \end{pmatrix}$

on $-9 \times \frac{4}{3} - (-6) \times 2 = -\frac{36}{3} + 12 = -12 + 12 = 0$ donc les vecteurs sont colinéaires et les pts sont alignés donc $K \in (CC')$.

e) Les médianes d'un triangle sont concourantes (collège).

2) $OB = \sqrt{(x_B - x_O)^2 + (y_B - y_O)^2} = \sqrt{(-5-0)^2 + (-5-0)^2} = \sqrt{50}$ de m̂ $OA = OC = \sqrt{50}$

donc O est équidistant de A, B et C donc O est l'intersection des médiatrices du triangle ABC.

3) $H(3;1)$

a) $\vec{AH}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$ et $\vec{AA_1}\begin{pmatrix}3\\-9\end{pmatrix}$ or $-9\times 2-(-6)\times 3=-18+18=0$ donc

$\vec{AH}$ et $\vec{AA_1}$ sont colinéaires et les pts A, H et A_1 sont alignés.

b) $CA^2=(7-1)^2+(-1-7)^2=6^2+(-8)^2=36+64=100$

$AA_1^2=(1-4)^2+(7+2)^2=(-3)^2+9^2=9+81=90$

$CA_1^2=(7-4)^2+(-1+2)^2=3^2+1^2=9+1=10$

on a $CA^2=AA_1^2+CA_1^2$ donc la réciproque du théorème de Pythagore, CAA_1 est rectangle en A_1 et donc (AH) est la hauteur du triangle ABC issue de A.

4) O est le point de concourance des médiatrices, K celui des médianes et H celui des hauteurs donc les pts O, K et H sont alignés (droite d'Euler - Collège)

On peut aussi montrer que $\vec{OK}$ et $\vec{OH}$ sont colinéaires.

Exercice 2 :

		Dé rouge					
		1	1	2	3	4	4
Dé noir	2	3	3	4	5	6	6
	2	3	3	4	5	6	6
	3	4	4	5	6	7	7
	4	5	5	6	7	8	8
	5	6	6	7	8	9	9
	5	6	6	7	8	9	9

1) Chaque dé a 6 faces il y a donc $6\times 6=36$ issues possibles qui ne sont pas équiprobables car $P(3)=\frac{4}{36}$ et $P(6)=\frac{10}{36}$

2) $P(\text{somme supérieur à } 6)=P(6)+P(7)+P(8)+P(9)=\frac{10}{36}+\frac{5}{36}+\frac{4}{36}+\frac{4}{36}=\frac{23}{36}$

Exercice 3 :

1) $g(x)=3(x-1)(x+4)=3\left[x^2+4x-x-4\right]=3x^2+12x-3x-12=3x^2+9x-12$
$=f(x)$, $x\in\mathbb{R}$

$h(x)=3\left(x+\frac{3}{2}\right)^2-\frac{75}{4}=3\left(x^2+3x+\frac{9}{4}\right)-\frac{75}{4}=3x^2+9x+\frac{27}{4}-\frac{75}{4}$
$=3x^2+9x-\frac{48}{4}=3x^2+9x-12$
$=f(x)$ pour $x\in\mathbb{R}$

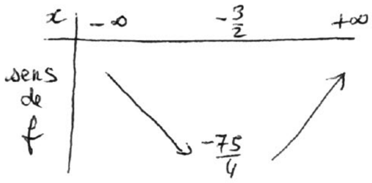
2) Plusieurs méthodes s'offrent à vous. En voici une :

D'après lecture graphique on a l'image de 0 est 12 or $f(0)=3\times 0^2+9\times 0-12$
$=12$

donc la représentation graphique de f est P_1.

3) Le sommet de la Parabole a pour abscisse $-\frac{b}{2a} = -\frac{9}{2\times 3} = -\frac{9}{6} = -\frac{3}{2}$

et $f(-\frac{3}{2}) = -\frac{75}{4}$ avec la forme 3 de l'énoncé. Or $a = 3 > 0$ donc :



4) a) $f(1) = 0$ grâce à la forme 2 de l'énoncé.

b) $f(-\frac{3}{2}) = -\frac{75}{4}$ grâce à la forme 3 de l'énoncé.

5) a) $f(x) = 0 \iff 3(x-1)(x+4) = 0$ forme 2 de l'énoncé.

$\iff x-1 = 0$ ou $x+4 = 0 \iff x = 1$ ou $x = -4$

et $S = \{-4 ; 1\}$.

b) $f(x) = -12 \iff 3x^2 + 9x - 12 = -12$ forme 1 de l'énoncé.

$\iff 3x^2 + 9x = 0$

$\iff 3x(x+3) = 0 \iff x = 0$ ou $x+3 = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = -3$ $S = \{-3 ; 0\}$.

6) a) $3(x-1)(x+4) \geq 0$

$3(x-1)(x+4) = 0 \iff x-1 = 0$ ou $x+4 = 0$ d'après 5) a) $x = 1$ ou $x = -4$

D'où :

x	$-\infty$	-4	1	$+\infty$
signe de $x-1$	$-$	$-$	0	$+$
signe de $x+4$	$-$	0	$+$	$+$
signe de $3(x-1)(x+4)$	$+$	0	$-$ 0	$+$

D'où $S =]-\infty ; -4] \cup [1 ; +\infty[$

b) S correspond aux valeurs de x pour lesquelles P_1 est au-dessus de l'axe des abscisses.

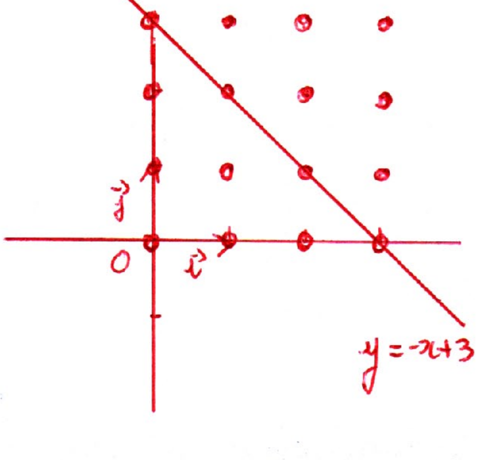
Exercice 4 :

On notera N le nombre total de lancers, S la variable comptabilisant le nombre de 6 obtenus et A la valeur du dé.

Entrées : *Donner la valeur de N.*
Traitement : *Initialiser* ……S……
Pour I allant de 1 à N
Affecter à A la valeur d'un nombre aléatoire entier entre ……1 ET 6……
Si A = …6…
Alors affecter à S la valeur ……S+1……
Fin_Pour
fin_Traitement
Sortie : *Afficher « la fréquence du " 6 " est : »*
Afficher ……S/N……

Plus N est grand plus S/N tend vers 1/6

Exercice bonus



Il y a $4\times 4 = 16$ points à coordonnées entières entre 0 et 3 et la droite d'éq $y = -x+3$ passe par 4 points donc la probabilité qu'un pt choisi au hasard appartienne à la droite est de $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.